Strømning, Øving 3

1a) $\frac{\partial \rho}{\partial t}$: Akkumulering av masse i et punkt

$\nabla\cdot(\rho u)$: Adveksjon av masse

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u)$: Akkumulering av bevegelsesmengde

$\nabla\cdot(\rho u u)$: Adveksjon av bevegelsesmengde

ρf_v : krefter som virker på massesenteret

∇p : trykkgradient (krefter på overflaten til et volum)

$\nabla \tau$: Skjærkrefter på et volum

$\mu\Phi$: Varme fra friksjon

$\rho\frac{D\hat{e}}{Dt}$: Akkumulering av indre energi i et materialvolum

$\rho p \frac{D\hat{v}}{Dt}$: Strømningsarbeid på et materialvolum

$\nabla \dot{q}$: Gradient i varme-fluks

$\rho \dot{R}$: Varme frigitt inni materialvolumet

1b) Inkompressibelt fluid

1c) - Fouriers lov gjelder
- konstant k

1d) Inkompressibelt fluid $(\beta = 0)$

1e) $\sum_i [F_i(x)]^2 \geq 0 \quad \forall\ F_i : \mathbb{C}^n \mapsto \mathbb{R}^n$

konsekvensen av dette er at friksjonseffekt aldri konsumerer varme

Oppg. 2a)

$$u = \frac{g h^2}{\nu}\left(\frac{y}{h} - \frac{y^2}{2h^2}\right)$$

$$\underbrace{\rho \frac{D\hat{e}}{Dt}}_{\substack{=0 \\ \text{Steady State}}} = \mu \Phi - \underbrace{\rho p \frac{D\hat{v}}{Dt}}_{\substack{=0 \\ \text{Inkompress.}}} + k\nabla^2 T + \underbrace{\rho \dot{R}}_{\substack{=0 \\ \text{g.itt}}}$$

$$\nabla^2 T = -\frac{\mu}{k}\Phi \quad , \quad \nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad , \quad \text{Fordi: } T = T(y)$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\sum_i \sum_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2$$

$$V = 0, \; u = u(y) \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + 0 + 0 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right] = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{\mu}{k}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \quad \square$$

2b)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \left[\frac{g h^2}{\nu}\left(\frac{1}{h} - \frac{y}{h^2}\right)\right]^2$$

$$= \left(\frac{g h}{\nu}\right)^2\left(1 - \frac{y}{h}\right)^2$$

$$= \left(\frac{g h}{\nu}\right)^2\left(1 - \frac{2y}{h} + \frac{y^2}{h^2}\right)$$

2c) Integrerer

$$T = -\frac{\mu}{k}\left(\frac{g h}{\nu}\right)^2\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3h} + \frac{y^4}{12h}\right) + C_1 y + C_2$$

$$\text{I)}\; T(0) = T_H \;, \; \text{II)}\; T(h) = T_C \;, \; \text{III)}\; \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$$

$$\underline{T(0) = C_2 = T_H} \qquad \underline{T(h) = T_C = -\frac{\mu}{k}\left(\frac{g h}{\nu}\right)^2\left(\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3} + \frac{h^3}{12}\right) + C_1 h + C_2}$$

$$\underline{\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = C_1 = 0}$$

Fourier-type

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \rightarrow \text{Ingen varmefluks ved } y = 0$$